

Reaktanzfilter Filterketten mit m-Gliedern

Fi 73

2 Blätter

1 m-Halbglieder und m-Vollglieder

Im FtA Fi 72 ist gezeigt, daß durch Verwendung von m-Halbgliedern am Eingang und Ausgang einer Kette sich die Abhängigkeit des Wellenwiderstandes von der Frequenz verringern läßt. Man kann nun weiter zwei Halbglieder zu einem T- oder π -Glied zusammenschalten und dieses m-Vollglied anstelle eines T- oder π -Grundgliedes in die Kette einbauen. Der wesentliche Vorteil eines solchen m-Grundgliedes besteht darin, daß die Dämpfungskurve einen anderen Verlauf hat, als er in Fi 71, Bild 15 und 18, für die Grundglieder dargestellt ist. Außerhalb des Durchlaßbereiches hat die Dämpfungskurve einen Dämpfungspol, die Dämpfung wird an dieser Stelle (theoretisch) unendlich groß, innerhalb des Durchlaßbereiches wird der Dämpfungsanstieg – zur Grenzfrequenz hin – steiler.

2 Eigenschaften der m-Vollglieder

2.1 Wellenwiderstand

Mit den Bezeichnungen von Bild 1 und Bild 2 ergibt sich (s. a. FtA Fi 72/1a, Abschnitt 2.1.1) daß $Z_{mT} = Z_T$ ist.

$$Z_T = \sqrt{\left(X_1 + \frac{X_2}{2}\right) \left(X_1 + \frac{X_1 \cdot X_2}{X_1 + \frac{X_2}{2}}\right)} = \sqrt{X_1^2 + X_1 X_2}$$

$$Z_{mT} = \sqrt{X_1'^2 + X_1' \cdot X_2'} = \sqrt{m^2 X_1^2 + m \cdot X_1 \left(\frac{X_2}{m} + \frac{1-m^2}{m} X_1\right)}$$

$$Z_{mT} = \sqrt{m^2 X_1^2 + (1-m^2) X_1^2 + X_1 \cdot X_2} = \sqrt{X_1^2 + X_1 \cdot X_2}$$

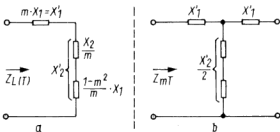
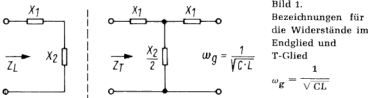


Bild 2. Bezeichnungen für die Widerstände in einem m-Endglied (Bild 2a) und einem m-Glied (T-Glied) (Bild 2b)

$$X_1' = jm X_1 = jm \omega L$$

$$X_2' = -j \frac{X_2}{m} + j \frac{1-m^2}{m} X_1 = -j \left(\frac{1}{m\omega C} + \frac{1-m^2}{m} \omega L \right)$$

Es lassen sich also Filterketten mit Halbgliedern, m-Gliedern und Grundgliedern nach Bild 3 aufbauen.

2.2 Dämpfungs- und Phasenverlauf

Für die Bestimmung des Dämpfungs- und Phasenmaßes gelten die Gleichungen 5.6, 7, 6b, 7b aus FtA Fi 71/2.

Diese lauten für das Beispiel nach Bild 2 und für $m = 0.6$:

$$\cos h \underline{g} = 1 + \frac{X_1'}{X_2'} = 1 + \frac{2 \cdot 0.6 \omega L}{-\frac{1.67}{\omega C} + 1.067 \omega L} = 1 + \frac{0.72}{0.64 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}$$

1713

$$y = a + j b$$

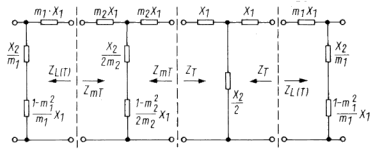


Bild 3. Aufbau eines Kettenfilters aus Halbgliedern, Grundglied (T-Glied) und m-Vollglied (T-Glied)

$$\sin h \underline{g} = \sqrt{\frac{X_1'}{X_2'} \left(2 + \frac{X_1'}{X_2'}\right)} = \sqrt{\frac{2 \cdot X_1'}{X_2'} \left(2 + \frac{2 \cdot X_1'}{X_2'}\right)}$$

$$\sin h \underline{g} = \sqrt{\frac{4 X_1'}{X_2'} \left(1 + \frac{X_1'}{X_2'}\right)}$$

$$\sin h \underline{g} = \sqrt{\frac{1.44}{0.64 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2} \left(1 + \frac{0.36}{0.64 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}\right)}$$

2.2.1 Frequenzbereich $\omega/\omega_g = 0 \dots 1$, $[\omega_g/\omega = \infty \dots 1]$

In diesem Bereich sind:
 $\sin h \underline{g}$ imaginär und $\cos h \underline{g}$ reell.

$$\left. \begin{aligned} \text{Folglich sind: } \sin h a \cdot \cos b &= 0 \\ \sin h a \cdot \sin b &= 0 \\ \sin h a = 0 \text{ und } a &= 0 \end{aligned} \right\} \text{Fi 71; Gl 6b und 7b}$$

sowie

$$\left. \begin{aligned} \cos h \underline{g} &= \cos h a \cdot \cos b = 1 \cdot \cos b \\ \cos b &= \cos h \underline{g} \end{aligned} \right\} (1)$$

2.2.2 Frequenzbereich $\omega/\omega_g = 1 \dots 1.25$, $[\omega_g/\omega = 1 \dots 0.8]$

In diesem Bereich sind:
 $\sin h \underline{g}$ reell und $\cos h \underline{g}$ reell

Folglich sind:

$$\left. \begin{aligned} \cos h a \cdot \sin b &= 0 & \sin b &= 0 \\ \sin h a \cdot \sin b &= 0 & b &= 0 \text{ oder } \pm \pi \end{aligned} \right\}$$

und

$$\left. \begin{aligned} \cos h \underline{g} &= \cos h a \cdot \cos b = \cos h a \cdot 1 \\ \cos h a &= \cos h \underline{g} \end{aligned} \right\} (2)$$

2.2.3 Frequenzbereich $\omega/\omega_g = 1.25 \dots \infty$, $[\omega_g/\omega = 0.8 \dots 0]$

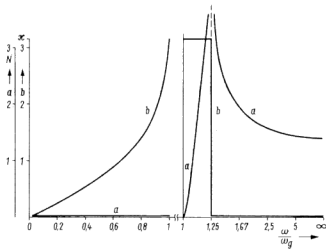
In diesem Bereich sind:
 $\sin h \underline{g}$ reell und $\cos h \underline{g}$ reell
Folglich sind: (s. Abschn. 2.2.2)

$$b = 0 \quad \cos h a = \cos h \underline{g} \quad (3)$$

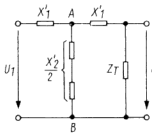
2.2.4 Kurvenverlauf

Aus den Gl. 1, 2 und 3 bestimmen sich die in Bild 4 gezeichneten Verläufe für das Dämpfungs- und Phasenmaß. Wichtig ist, daß sich für $m = 0.6$ ein Dämpfungspol ($a = \infty$) bei $\omega/\omega_g = 1.25$ ergibt. In diesem Fall ist $X_2' = 0$,

$$d. h. X_2' = j \left(-\frac{1}{0.6 \cdot 1.25 \omega_g C} + \frac{1-0.6^2}{0.6} \cdot 1.25 \omega_g \cdot L \right)$$



▲ Bild 4. Verlauf des Dämpfungs- (a) und Phasenmaßes (b) für ein m-Glied ($m = 0,6$)



◀ Bild 5. Berechnung der Spannungsteilung U_1/U_2 zur Kontrolle von Bild 4

$$X_2' = j \left(-\frac{\sqrt{C \cdot L}}{0,6 \cdot 1,25 C} + \frac{1,067 \cdot 1,25 L}{\sqrt{C \cdot L}} \right)$$

$$X_2' = j \left(-1,33 \sqrt{\frac{L}{C}} + 1,33 \sqrt{\frac{L}{C}} \right) = 0$$

2.2.4.1 Kontrolle des Kurvenverlaufs für $\omega/\omega_g = 10$

Nach (3) gilt:

$$\cos h a = \cos h g$$

$$\text{für } \frac{\omega}{\omega_g} = 10; \cos h g = 1 + \frac{0,72}{0,64 - (0,1)^2}$$

$$\cos h a = 1 + \frac{0,72}{0,63} = 2,142 = \cos h a$$

$$a = 1,395 = \ln \frac{U_1}{U_2}$$

Für das hier betrachtete T-Glied – mit Abschluß durch den Wellenwiderstand Z_T – (Bild 5) ergibt sich folgende Spannungsteilung [Kontrollrechnung]:

$$X_1' = j \cdot 0,6 \cdot \omega L$$

$$\text{für } \omega = 10 \omega_g$$

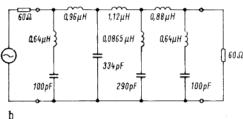
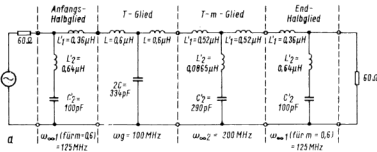


Bild 6. Tiefpaßfilter, bestehend aus m-Halb-, T-Glied, T-m-Glied und End-Glied (Bild 6a). Aus Bild 6a entsteht durch Zusammenfassung von Seriengliedern Bild 6b

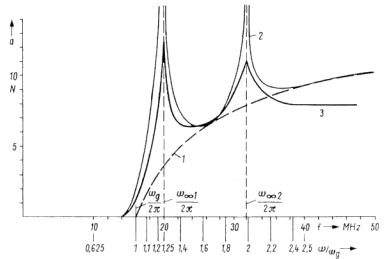


Bild 7. Dämpfungsvorgang eines Tiefpaßfilters nach Bild 6. Kurve 1: Dämpfungsverlauf von drei hintereinandergeschalteten Grundgliedern. Kurve 2: Dämpfungsverlauf für ein ideales Filter nach Bild 6. Kurve 3: Der gemessene Verlauf der Dämpfung

$$X_1' = j \cdot 0,6 \cdot 10 \sqrt{\frac{L}{C}} = j \cdot 6 \cdot R \text{ (s. FtA Fi 71, Abschn. 3.3.2)}$$

$$\frac{X_2'}{Z} = \frac{j}{2} \left(-\frac{1,67}{\omega C} + 1,067 \omega L \right)$$

für $\omega = 10 \omega_g$

$$\frac{X_2'}{Z} = \frac{j}{2} \left(-\frac{1,67}{10} R + 1,067 \cdot 10 \cdot R \right) = j \cdot 5,25 \cdot R$$

$$Z_T = j \cdot 10 \cdot R \text{ (s. FtA Fi 71, Bild 13)}$$

$$\text{Ersatzwiderstand zwischen AB} = X_P = \frac{X_2'}{2} \parallel (X_1' + Z_T)$$

$$Z_T = \frac{j \cdot 5,25 \cdot R \cdot (j \cdot 6 \cdot R + j \cdot 10 \cdot R)}{j \cdot 5,25 + j \cdot 6 \cdot R + j \cdot 10 \cdot R} = j \cdot R \cdot 3,95$$

Spannungsaufteilung zwischen X_P und X_1'

$$\frac{U_{XP}}{U_1} = \frac{j \cdot R \cdot 3,95}{j \cdot R (6 + 3,95)} = 0,398; U_{XP} = 0,398 \cdot U_1$$

Spannungsaufteilung zwischen Z_T und X_P

$$\frac{U_{ZT}}{U_{XP}} = \frac{j \cdot 10 \cdot R}{j \cdot 6 \cdot R + j \cdot 10 \cdot R} = 0,625$$

$$U_Z = 0,625 \cdot U_{XP} = 0,625 \cdot 0,398 \cdot U_1 = 0,25 \cdot U_1$$

$$\frac{U_1}{U_2} = 4; \ln \frac{U_1}{U_2} = 1,39$$

Ferner ist, wie es auch Bild 4 zeigt, das Winkelmaß zwischen U_1 und U_2 gleich Null.

3 Beispiel einer Tiefpaßkette

Gewählte Bedingungen:

- Abschlußwiderstände 60Ω .
- Grenzfrequenz $f_g = 16 \text{ MHz}$, $\omega_g = 100 \text{ MHz}$,
- zusätzlicher Dämpfungspol bei 32 MHz , $\omega_{m2} = 200 \text{ MHz}$,
- ein Anfangs- und End-Halbglied mit $m = 0,6$,
- ein Tiefpaß-Grundglied (T-Glied),
- ein Tiefpaß-m-Glied (T-m-Glied) mit $\omega_{m2} = 200 \text{ MHz}$.

$$\text{Aus } R = \sqrt{\frac{L}{C}} = 60 \Omega \text{ und } \omega_g = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}} = 100 \text{ MHz}$$

bestimmen sich L und C zu:

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{R}{\omega_g} = 0,6 \mu H \\ C &= \frac{1}{R \cdot \omega_g} = 167 pF \end{aligned} \right\} \text{für das T-Grundglied}$$

Ferner nach Bild 2a

$$\left. \begin{aligned} X_1' &= j \cdot 0,6 \cdot \omega \cdot 0,6 \mu\text{H}; \text{ also: } L_1' = 0,36 \mu\text{H} \\ X_2' &= j \left(-\frac{1}{0,6 \cdot \omega \cdot 167 \text{ pF}} + 1,067 \cdot \omega \cdot 0,6 \mu\text{H} \right) \end{aligned} \right\} \text{für die End-Halbglieder}$$

also: $L_2' = 0,64 \mu\text{H}$, $C_2' = 100 \text{ pF}$
und nach Bild 2b

X_2' soll für $\omega_{\infty 2} = 200 \text{ MHz}$ Null sein (s. Abschn. 2.2.4)

$$-\frac{1}{m \omega_{\infty 2} \cdot C} + \frac{1-m^2}{m} \omega_{\infty 2} \cdot L = 0$$

Daraus folgt:

$$\sqrt{1 - \frac{\omega_G^2}{\omega_{\infty 2}^2}} = m$$

Mit $\omega_G = 100 \text{ MHz}$ ergibt sich m zu: 0,87.

$$\left. \begin{aligned} X_1' &= j \cdot 0,87 \cdot \omega \cdot 0,6 \mu\text{H}; \text{ also: } L_1' = 0,52 \mu\text{H} \\ \frac{X_2'}{2} &= \frac{j}{2} \left(-\frac{1}{0,87 \cdot \omega \cdot 167 \text{ pF}} + 2,288 \cdot \omega \cdot 0,6 \mu\text{H} \right) \end{aligned} \right\} \text{für das T-m-Glied}$$

also $L_2' = 0,0865 \mu\text{H}$, $C_2' = 290 \text{ pF}$

Das ergibt ein Tiefpaßfilter nach Bild 6.

In Bild 7 ist der Dämpfungsverlauf für dieses Tiefpaßfilter aufgetragen (Kurve 3). Die Kurve 1 entspricht dem Dämpfungsverlauf von drei hintereinandergeschalteten Grundgliedern (s. FTA Fi 71, Bild 15), die Kurve 2 zeigt den Dämpfungsverlauf für ein ideales Tiefpaßfilter (nach Bild 6). Die Unterschiede zwischen dem Idealfall (Kurve 2) und der gemessenen Kurve 3 erklären sich wie folgt:

Wegen der unvermeidbaren ohmschen Widerstände im querliegenden Serienresonanzkreis (X_2' -Glied für die Dämpfungspolfrequenz) kann hier die Dämpfung nicht unendlich werden. Ebenso wird auch für sehr hohe Frequenzen der Widerstand von X_2' nicht Null, da besonders bei kleinen Werten von X_2' die Zuleitungsverstände und -induktivitäten sich störend bemerkbar machen.

In den Längsgliedern geht der Blindwiderstand mit steigender Frequenz ebenfalls nicht nach unendlich, bedingt durch die parallel liegende Eigenkapazität der einzelnen Spulen.

Zusätzlich ist für dieses Filter der Phasenverlauf und der Gang der Gruppenlaufzeit aufgenommen. Dazu sind in Bild 8 über der Frequenz der Phasenwinkel φ und das Phasenmaß

$b = \frac{\varphi}{360^\circ} \cdot 2\pi$ aufgetragen. Man sieht, daß der verlangte lineare Gang des Phasenwinkels mit der Frequenz nur bis etwa 12 MHz gewährleistet ist (FTA Fi 72, Abschnitt 1). Nimmt man auf Phasenverzerrungen keine Rücksicht und betrachtet dagegen nur den Amplitudengang, so zeigt vergleichsweise Bild 7, daß der Frequenzbereich bis 16 MHz (die als Bedingung vorgegebene Grenzfrequenz) ausgenützt werden kann.

Bild 9 bringt den Gang der Gruppenlaufzeit t_g über der Frequenz. $t_g = \frac{db}{d\omega}$ (FTA Vs 02/2, Abschnitt 3.2). Konstruiert

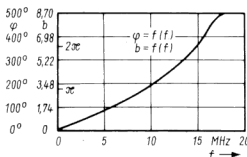


Bild 8. Phasenverlauf für das Tiefpaßfilter nach Bild 6

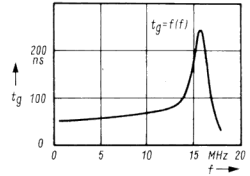


Bild 9. Gang der Gruppenlaufzeit über der Frequenz für das als Beispiel gewählte Tiefpaßfilter

man t_g aus Bild 8, so gilt – da b im Bogenmaß gemessen wird – folgende Umrechnung:

$$\frac{db}{d\omega} = \frac{d\varphi}{d\omega} \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} = \frac{d\varphi}{df} \cdot \frac{2\pi}{360^\circ}$$

für $df = 1 \text{ MHz}$ und db in ns ergibt sich:

$$db = d\varphi \cdot \frac{10^\circ}{1^\circ} \cdot \frac{1}{360^\circ} = 2,78 \text{ (in ns)}$$

Beispiel: $\Delta\varphi$ zwischen 9 und 10 MHz = 22° , also $\Delta b = 22 \cdot 2,78 = 61 \text{ ns}$. Die Kurve t_g über f zeigt noch deutlicher als die des Phasenwinkelverlaufs, daß der Frequenzbereich nur bis 12 MHz ausgenützt werden darf, wenn merkliche Phasenverzerrungen vermieden werden sollen. Die steilste Stelle der Phasenkurve bzw. des Maximum der Gruppenlaufzeitkurve liegt bei 16 MHz, an der Stelle sehr starker Krümmung der Amplitudenkurve.

4 Verbesserung des Phasenverlaufs

Um den Aufwand an Filtern und Verstärkerstufen klein zu halten, ist zu prüfen, ob neben der Amplitudenbedingung auch die erwähnte Phasen- oder Gruppenlaufzeitforderung einzuhalten ist; denn im letzteren Fall müssen die Grenzfrequenzen, nach denen die Filter zu bemessen sind, höher, als für die Amplitudenbedingung notwendig, gesetzt werden. Das verlangt einen höheren Aufwand an Filtern und an Verstärkung.

Die Konstanz der Gruppenlaufzeit ist nun immer dann erforderlich, wenn Impulse formgetreu übertragen werden müssen, denn ein Impuls setzt sich aus vielen Frequenzen zusammen. Sie dürfen auf dem Übertragungsweg nicht gegeneinander in der Phase verdreht werden, da dann die Summierung der Amplituden der Teilfrequenzen nicht mehr die Original-Impulsform ergibt.

Bei einzelnen Sinuswellen oder bei Sprache-Musikübertragung besteht diese Phasenbedingung dagegen nicht; denn der akustische Eindruck wird nicht geändert, wenn in einem Tonfrequenzgemisch die Teilfrequenzen gegeneinander in der Phase – im Vergleich zum Originalzustand – verschoben werden.

Man kann nun mit Hilfe des Parameters m den Phasenverlauf wesentlich verbessern.

Dazu ist zunächst der Verlauf des Phasenmaßes b über der Frequenz für verschiedene Werte von m zu ermitteln.

4.1 Bestimmung des Phasenmaßes b für ein m-Glied

Nach FTA Fi 71/2 rechte Spalte ist: $\cos b = 1 + \frac{X_1}{X_2}$

und für ein m-Glied: $\cos b = 1 + \frac{X_1'}{X_2'}$

Nach Fi 72/1, Abschnitt 2.1.1 ist:

$$X_1' = m \cdot X_1; X_2' = \frac{X_2}{m} + X_1 \cdot \frac{1-m^2}{m}$$

Nach FTA Fi 72/1, Bild 2, ist für ein T-Glied im Querzweig nur $\frac{X_2}{2}$ bzw. $\frac{X_2'}{2}$ anzusetzen. Folglich gilt für:

$$\cos b = 1 + \frac{m \cdot X_1}{2m} + X_1 \cdot \frac{1 - m^2}{2m} = 1 + \frac{m \cdot j\omega L}{2m\omega C} + j\omega L \frac{(1 - m^2)}{2m}$$

$$\cos b = \frac{-\frac{1}{2m\omega C} + \omega L \cdot \frac{(1 - m^2)}{2m} + m \cdot \omega L}{-\frac{1}{2m\omega C} + \frac{\omega L(1 - m^2)}{2m}}$$

$$\cos b = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_g^2}(1 - m^2) - \frac{\omega^2}{\omega_g^2} \cdot 2m^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_g^2}(1 - m^2)}$$

$$\cos b = \frac{1 - \eta^2(1 + m^2)}{1 - \eta^2(1 - m^2)} \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_g}$$

4.2 Bestimmung des Verlaufs der Gruppenlaufzeit

Die Berechnung von t_g erfolgt nach FtA Fi 72, Abschnitt 1.

$$\cos b = x = \frac{1 - \eta^2(1 + m^2)}{1 - \eta^2(1 - m^2)}; \quad b = \arccos x$$

$$t_g = \frac{db}{d\omega} = \frac{db}{dx} \cdot \frac{dx}{d\eta} \cdot \frac{d\eta}{d\omega}$$

$$\frac{db}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{[1 - \eta^2(1 + m^2)]^2}{[1 - \eta^2(1 - m^2)]^2}}}$$

$$\frac{db}{dx} = -\frac{1 - \eta^2(1 - m^2)}{\sqrt{[1 - \eta^2(1 - m^2)]^2 - [1 - \eta^2(1 + m^2)]^2}}$$

$$\frac{db}{dx} = -\frac{1 - \eta^2(1 - m^2)}{\sqrt{4\eta^2 m^2 - 4\eta^4 m^2}}$$

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{[1 - \eta^2(1 - m^2)] \cdot [-2\eta(1 + m^2)] - \{[1 - \eta^2(1 + m^2)] \cdot [-2\eta(1 - m^2)]\}}{[1 - \eta^2(1 - m^2)]^2}$$

(vgl. FtA Mth 33, Fall 4)

$$\frac{dx}{d\eta} = -\frac{4\eta m^2}{[1 - \eta^2(1 - m^2)]^2}; \quad \frac{d\eta}{d\omega} = \frac{1}{\omega_g}$$

$$\frac{d\omega}{db} = \frac{1}{\omega_g} \cdot \left[-\frac{4\eta m^2}{[1 - \eta^2(1 - m^2)]^2} \right] \cdot \left[-\frac{1 - \eta^2(1 - m^2)}{\sqrt{4\eta^2 m^2 - 4\eta^4 m^2}} \right]$$

$$\frac{db}{d\omega} = \frac{2m}{\omega_g} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \eta^2(1 - m^2)}}$$

In Bild 10 ist über ω/ω_g (im Durchlaßbereich) t_g/t_{g0} aufgetragen. t_{g0} gilt für $\eta = 0$, d. h. $\omega/\omega_g = 0$ und ist $= 2m/\omega_g$. Also gilt:

$$\frac{db}{d\omega} = t_g = \frac{t_{g0}}{\sqrt{1 - \eta^2(1 - m^2)}}$$

Bild 10 zeigt, daß eine wesentliche Verbesserung in der Phasenabhängigkeit mit einem m von etwa 1,23 $\sqrt{3/2}$ erreicht wird. Von dieser Dimensionierungsregel wird man z. B. bei Aufbau von Laufzeitketten Gebrauch machen, wenn also zugunsten des Phasenganges der Amplitudengang vernachlässigt werden kann.

4.3 Dimensionierung der Filterglieder für $m > 1$

Für die im Querzweig anzuordnende Induktivität ergeben sich nach Ft 72, Abschnitt 2.1.1 und Bild 2,

$$\frac{X_g'}{2} = -\frac{j}{2m \cdot \omega C} + j\omega L \frac{1 - m^2}{2m}$$

negative Werte, wenn $m > 1$ angesetzt wird. Diese Forderung läßt sich aber in folgender Weise erfüllen (Bild 11a und b). Bild 11a zeigt die bisher betrachtete Anordnung der Blindwiderstände in einem T-m-Glied. Dieser Schaltung ist die Anordnung nach Bild 11b äquivalent, wenn die beiden Serienschleifen L_{s1} und L_{s2} induktiv miteinander verkoppelt sind

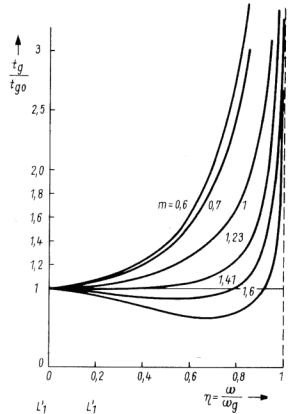


Bild 10. Gang der Gruppenlaufzeit in einem T-m-Glied für verschiedene Werte von m

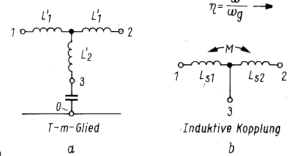


Bild 11. Die elektrische Äquivalenz des induktiven Teils eines T-m-Gliedes mit zwei in Reihe geschalteten, induktiv gekoppelten Spulen. a) Das T-m-Glied. Zwischen den Anschlußpunkten 1, 2, 3 liegen die drei Induktivitäten $L'_{1'}$, $L'_{2'}$ und C . b) Die beiden Spulen L_{s1} und L_{s2} sind induktiv gekoppelt. Durch entsprechende Wahl von L_{s1} , L_{s2} und M kann Äquivalenz erreicht werden

(siehe auch FtA Ind. 12/3, Bild 20). Dabei sind folgende Bedingungen einzuhalten:

Bild 11a

$$L_{13} = L'_{1'} + L'_{2'}$$

$$L_{12} = 2 \cdot L'_{1'}$$

Daraus folgt:

Bild 11b

$$L_{13} = L_{e1}$$

$$L_{12} = L_{e1} + L_{e2} + 2M = L_R$$

$$L'_{1'} = L_{s1} - L'_{2'}$$

$$L'_{1'} = \frac{L_{s1} + L_{s2}}{2} + M$$

und

$$L'_{2'} = -M + \left(L_{s1} - \frac{L_{s1} + L_{s2}}{2} \right)$$

für

$$L_{e1} = L_{s2} = L_s$$

$$L'_{2'} = -M$$

Nach den Regeln für m-Glieder (Fi 72) ist:

$$L'_{1'} = m \cdot L \quad (L = \text{Induktivität des Grundgliedes})$$

und

$$L'_{2'} = L \cdot \frac{1 - m^2}{2m}$$

Daraus resultiert die Dimensionierung von L_s und L_R .

Aus (1): $L_s = L'_{1'} + L'_{2'} = m \cdot L + \frac{1 - m^2}{2m} \cdot L = L \cdot \frac{1 + m^2}{2m}$

Aus (2), (3), (4): $L_R = 2 \cdot L_s + 2M$

$$L_R = L \cdot \frac{1 + m^2}{m} - L \cdot \frac{1 - m^2}{m} = 2mL$$