

NF-Verzerrungen durch den Gleichlauffehler im Superheterodynempfänger

Dipl.-Phys. Jochen Bauer

18.02.2015

Grundlegende Betrachtungen

Wie allgemein bekannt, lässt sich beim Superheterodynempfänger im Mittelwellenbereich lediglich mit speziell dafür gefertigten Drehkondensatoren mit entsprechend verschiedenen Plattenschnitten für Oszillator- und Vorkreis ein exakter Gleichlauf zwischen diesen beiden Kreisen erreichen, bei dem die Differenz zwischen Oszillatorfrequenz und Resonanzfrequenz des Vorkreises immer genau der Zwischenfrequenz entspricht. Viel häufiger ist in der Praxis der sogenannte Dreipunktgleich zu finden, bei dem ein Drehkondensator mit identischen Plattenschnitten verwendet wird und dafür mittels Serien- und Parallelkondensatoren im Oszillatorkreis und ggf. auch im Vorkreis der Gleichlauf an drei Punkten auf der Frequenzskala exakt erreicht wird. Die Abweichungen an den anderen Punkten der Frequenzskala betragen dabei bei optimalem Abgleich bis zu 8kHz [1], [2], was bei den üblichen Gütefaktoren der Vorkreise von $Q = 150$ und mehr [1] und den damit verbundenen Bandbreiten eine nicht mehr zu vernachlässigende Abweichung von der Resonanzfrequenz des Vorkreises darstellt.

Liegt die Trägerfrequenz des zu empfangenden Senders genau auf der Resonanzfrequenz des Vorkreises, was wie schon erwähnt beim Dreipunktgleich eben an drei Stellen der Frequenzskala der Fall ist, so erfahren die beiden Seitenbänder des HF-Signals in guter Näherung¹ eine gleich starke Absenkung gegenüber dem Träger, sowie eine jeweils entgegengesetzte Phasenverschiebung.

Liegt die Trägerfrequenz jedoch neben der Resonanzfrequenz auf der Flanke der Resonanzkurve des Vorkreises, so werden die beiden Seitenbänder unterschiedlich stark gegenüber dem Träger angehoben bzw. abgesenkt. Auch die Phasendrehung ist in diesem Fall nicht mehr näherungsweise entgegen gerichtet. Diese beiden typischen Situationen sind in Abbildung 1 dargestellt

¹Aufgrund der Asymmetrie der Resonanzkurve ist die Absenkung der Seitenbänder nicht exakt gleich.

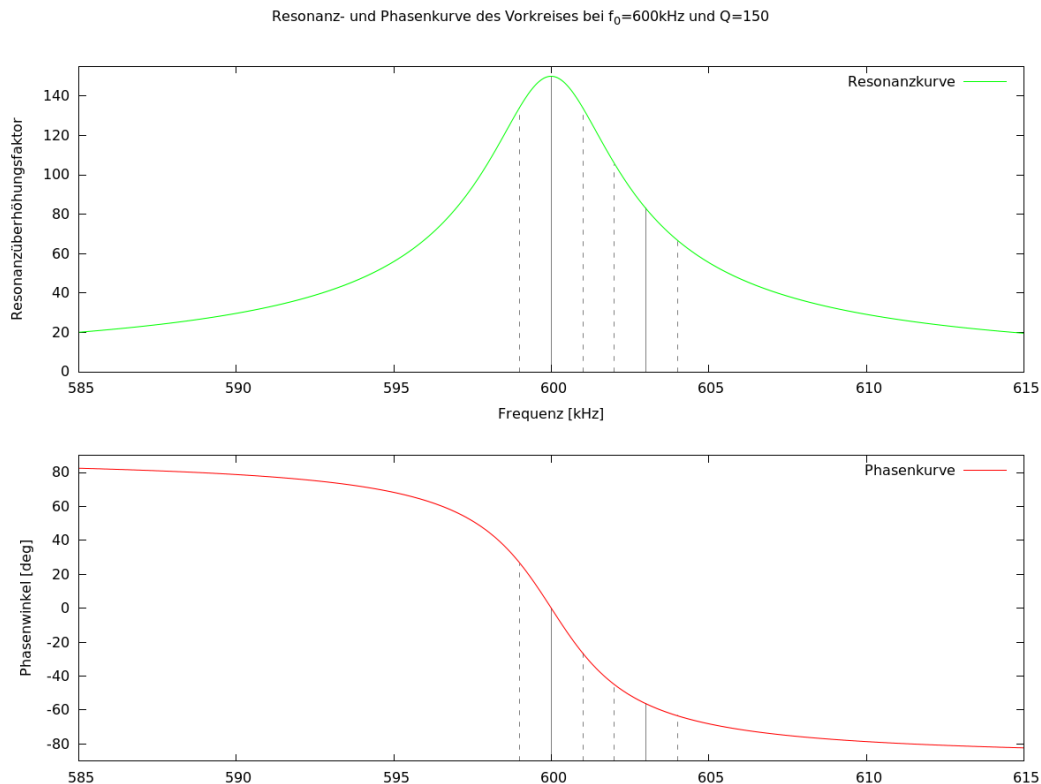


Abbildung 1: Amplituden- und Phasenunterschiede der Seitenbänder im Vorkreis

Wir wollen hier die Auswirkungen dieser Umstände auf das in Amplitudenmodulation dem Hochfrequenzsignal aufgeprägte Niederfrequenzsignal untersuchen. Dazu gehen wir von einem normierten, Cosinusförmigen NF-Signal der Form

$$U_{\text{NF}}(t) = \cos(\omega_{\text{NF}}t)$$

mit der (Ton)Frequenz ω_{NF} aus. Das normierte, amplitudenmodulierte Hochfrequenzsignal ergibt sich damit zu

$$U_{\text{HF}}(t) = (1 + m \cos(\omega_{\text{NF}}t)) \cdot \cos(\omega_{\text{TR}}t) \quad (1)$$

wobei der Faktor $m \leq 1$ den Modulationsgrad² angibt und ω_{TR} die Trägerfrequenz ist. Für eine Einführung in die Thematik sei hier auf [3] und die darin angegebenen Referenzen verwiesen.³

²auch Modulationstiefe genannt

³In den angegebenen Referenzen wird die Trägerfrequenz mit Ω und die Tonfrequenz mit ω bezeichnet. Auf diese Bezeichnungsweise soll hier aber verzichtet werden, da in den Formeln zur Resonanz- und Phasenkurve eines Schwingkreises üblicherweise ω für die Hochfrequenz verwendet wird.

Mit Hilfe der trigonometrischen Identität [4]

$$\cos(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} (\cos(x - y) + \cos(x + y)) \quad (2)$$

lässt sich das Hochfrequenzsignal aus Gleichung (1) unmittelbar in Träger, sowie unteres und oberes Seitenband⁴ aufspalten und man erhält:

$$U_{\text{HF}}(t) = \cos(\omega_{\text{TR}}t) + \frac{1}{2}m \cos((\omega_{\text{TR}} - \omega_{\text{NF}})t) + \frac{1}{2}m \cos((\omega_{\text{TR}} + \omega_{\text{NF}})t) \quad (3)$$

Der Fall, das die Trägerfrequenz genau auf der Resonanzfrequenz des Vorkreises liegt ist sehr einfach analytisch zu behandeln. In diesem Fall kommt es, wie bereits erwähnt, zu einer in guter Näherung gleich starken Abschwächung der beiden Seitenbänder gegenüber dem Träger, sowie einer jeweils entgegen gerichteten Phasendrehung der beiden Seitenbänder gegenüber dem Träger. Wird durch eine entsprechende Normierung die Trägeramplitude auf 1V gesetzt und der Phasenwinkel des Trägers als 0° Referenzphasenwinkel definiert, so ergibt sich aus Gleichung (3) sofort

$$U_{\text{HF}}(t) = \cos(\omega_{\text{TR}}t) + d \cdot \frac{1}{2}m \cos((\omega_{\text{TR}} - \omega_{\text{NF}})t - \varphi) + d \cdot \frac{1}{2}m \cos((\omega_{\text{TR}} + \omega_{\text{NF}})t + \varphi)$$

für das Hochfrequenzsignal unter Einfluss des Vorkreises. Hierbei ist $d < 1$ der Abschwächungsfaktor und φ die Phasenverschiebung der Seitenbänder. Die Anwendung von Gleichung (2) "rückwärts" ergibt damit sofort

$$U_{\text{HF}}(t) = (1 + dm \cos(\omega_{\text{NF}}t + \varphi)) \cdot \cos(\omega_{\text{TR}}t)$$

Offensichtlich wird in diesem Fall lediglich der Modulationsgrad m zu dm reduziert wodurch sich das nach der Demodulation ergebende NF-Signal ebenfalls um den Faktor d abgeschwächt wird. Weiterhin ergibt sich eine, für das menschliche Gehör jedoch nicht wahrnehmbare, Phasenverschiebung des NF-Signals um den Winkel φ .

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die obige Gleichung natürlich auch für $d > 1$ ihre Gültigkeit beibehält, was einer gleich starken Anhebung der beiden Seitenbänder gegenüber dem Träger entspricht. Dies kommt z.B. bei der ZF-Verstärkung mit einer doppelhöckrigen Durchlasskurve⁵ vor. In diesem Fall wird der Modulationsgrad des Hochfrequenzsignals noch erhöht und es kann bei bereits vom Sender her kommenden hohen Modulationsgraden zu weiteren Verzerrungen bei der Hüllkurvendemodulation kommen [5].

⁴Genau genommen bestehen die Seitenbänder hier nur aus jeweils einer einzelnen Frequenz.

⁵Diese entsteht typischerweise durch ein überkritisch gekoppeltes Bandfilter.

Liegt die Trägerfrequenz nicht auf der Resonanzfrequenz des Vorkreises, so liegen die Verhältnisse deutlich komplizierter und eine exakte analytische Behandlung ist mit den Formeln für die Linearkombination von Sinus- bzw. Cosinusfunktionen [4] zwar möglich, führt aber zu extrem unhandlichen Ausdrücken. Wir wollen daher diesen Fall numerisch untersuchen. Es macht hier nun auch keinen Sinn mehr, die Amplitude und Phase der Trägerschwingung im Vorkreis als Referenzpunkt zu nehmen und wir wählen statt dessen den allgemeinen Ansatz

$$\begin{aligned}
 U_{\text{HF}}(t) &= a \cdot \cos(\omega_{\text{TR}} t + \alpha) \\
 &+ b \cdot \frac{1}{2} m \cos((\omega_{\text{TR}} - \omega_{\text{NF}}) t + \beta) \\
 &+ c \cdot \frac{1}{2} m \cos((\omega_{\text{TR}} + \omega_{\text{NF}}) t + \gamma)
 \end{aligned} \tag{4}$$

für die Spannungsfunktion $U_{\text{HF}}(t)$ im Vorkreis. Die Amplituden- und Phasenparameter a, b, c sowie α, β, γ ergeben sich dabei aus der Trägerfrequenz und der Frequenz des NF-Signals, sowie der Resonanz- und Phasenkurve des Vorkreises, die wir im folgenden Abschnitt formelmäßig genauer betrachten wollen.

Resonanz- und Phasenkurve des Vorkreises

Wir gehen aus von einem realen, verlustbehafteten LC-Vorkreis wie in Abbildung 2 skizziert. Die hauptsächlich in der Spule auftretenden Verluste werden durch einen Verlustwiderstand R_s in Serie mit der Spule L modelliert. Die von der Antennenspule induktiv eingekoppelte Eingangsspannung wird durch die in Serie mit der Spule L angeordneten idealen Spannungsquelle $U_0(t)$ erfasst. Alternativ kann die Spule L selbst als Ferritantenne mit der vom magnetischen Wechselfeld der einfallenden elektromagnetischen Welle induzierte Spannung $U_0(t)$ aufgebaut sein.

Die der Mischstufe (bzw. HF-Vorstufe) zugeführte Ausgangsspannung des Vorkreises ist in den meisten Fällen die Spannung $U_c(t)$ am Drehkondensator C des Vorkreises. Ersetzt man den Serienverlustwiderstand R_s durch den geläufigeren Gütefaktor Q des Schwingkreises gemäß [7]

$$Q = \frac{1}{R_s} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

und definiert die Stromresonanzfrequenz ω_0 als

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

so ergibt sich das (komplexe) Verhältnis von Kondensator- und Antriebsspannung zu [6]

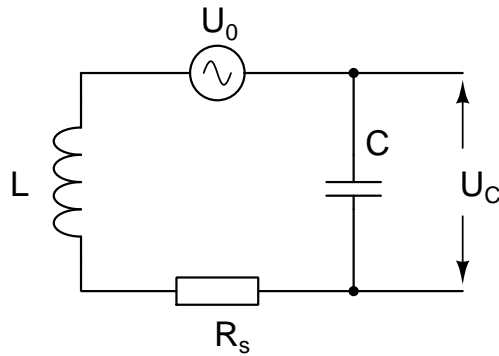


Abbildung 2: Verlustbehafteter Eingangskreis

$$\frac{\hat{U}_C}{\hat{U}_0} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (5)$$

wobei \hat{U}_0 und \hat{U}_C die komplexen Amplituden der als sinusförmig vorausgesetzten Spannungen $U_0(t)$ bzw. $U_C(t)$ sind. Daraus folgt unmittelbar der Verlauf der Resonanzkurve zu

$$\frac{|\hat{U}_C|}{|\hat{U}_0|} = \frac{1}{\sqrt{\left(\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)\right)^2 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}} \quad (6)$$

Die leichte Abweichung der Frequenz

$$\omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

bei der die Spannung am Kondensator $|\hat{U}_C|$ ihr Maximum erreicht, von der Stromresonanzfrequenz ω_0 wird ausführlich in [6] diskutiert. Für übliche Spulengüten $Q > 10$ ist diese Abweichung natürlich praktisch zu vernachlässigen und es kann $\omega_C \approx \omega_0$ gesetzt werden, was wir hier auch tun werden.

Betrachten wir nun den Phasenwinkel der Kondensatorspannung \hat{U}_C . Hier ist folgendes zu beachten: Im Falle einer reellen Amplitude \hat{U}_0 der Antriebsspannung verschwindet, wie aus Gleichung (5) sofort ersichtlich, im Falle der Stromresonanz bei ω_0 der Realteil von \hat{U}_C . Berechnet man den Phasenwinkel von \hat{U}_C wie üblich über den Arcustangens des Verhältnisses von Imaginär- zu Realteil so geht das

Argument der Arcustangensfunktion diesem Falle gegen ∞ und das Ergebnis somit gegen 90° . Dies ist zwar bei der analytischen Rechnung kein Problem, kann aber bei der numerischen Verarbeitung Probleme bereiten.

Die Lösung dieses Problems ist aber relativ einfach. Da der Phasenwinkel der Antriebsspannung \hat{U}_0 beliebig gewählt werden kann, legt man die komplexe Amplitude \hat{U}_0 einfach auf die imaginäre Achse, setzt also $\hat{U}_0 = j|\hat{U}_0|$. Bezüglich dieses neuen Referenzwinkels verschwindet im Resonanzfall das Verhältnis von $\text{Im}(\hat{U}_C)$ zu $\text{Re}(\hat{U}_C)$, was einem Phasenwinkel von 0° entspricht. Aus (5) ergibt sich dann für den Phasenwinkel $\varphi = \arctan(\text{Im}(\hat{U}_C)/\text{Re}(\hat{U}_C))$ der Kondensatorspannung

$$\varphi = \arctan \left(Q \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right) \right) \quad (7)$$

Die sich aus den Gleichungen (6) und (7) ergebenden Resonanz- und Phasenkurven wurden beispielhaft bereits im vorherigen Abschnitt in Abbildung 1 dargestellt.

Verzerrungen bei verschiedenen Modulationsgraden

Aus den Gleichungen (6) und (7) können nun bei gegebener Trägerfrequenz ω_{TR} , NF-Frequenz ω_{NF} , Resonanzfrequenz ω_0 des Vorkreises und Gütefaktor Q des Vorkreises sofort die Amplituden- und Phasenparameter a, b, c sowie α, β, γ für Gleichung (4) ermittelt werden. Dies versetzt uns sofort in die Lage, die Hüllkurve von $U_{\text{HF}}(t)$ aus Gleichung (4) für verschiedene Modulationsgrade m des Eingangssignals zu plotten.

Wir gehen dabei beispielhaft von einem Vorkreis mit einer eingestellten Resonanzfrequenz von $f_0 = 600\text{kHz}$ und einem Gütefaktor von $Q = 150$ bei dieser Frequenz aus. Das Sinus- bzw. Cosinusförmige NF-Signal soll eine Frequenz von $f_{\text{NF}} = 2\text{kHz}$ haben, was zu entsprechenden Seitenbändern von $f_{\text{TR}} \pm 2\text{kHz}$ im HF-Signal führt.

Wir wollen zunächst nochmals die bereits im ersten Abschnitt analytisch durchgerechnete Situation betrachten, bei der der Träger genau auf der Resonanzfrequenz des Vorkreises liegt. Durch setzen von $f_{\text{TR}} = 600\text{kHz}$ ergeben sich bei den Modulationsgraden 50%, 75% und 100% die in Abbildung 3 gezeigten Hüllkurven⁶

Wie erwartet ergibt sich hier durch den Einfluss des Vorkreises lediglich eine Verringerung des Modulationsgrades ohne das es zu Verzerrungen kommt. Im nächsten Schritt legen wir nun den Träger auf den steilen Teil der rechten Flanke der Resonanzkurve des Vorkreises. Wir wählen dazu als Trägerfrequenz

⁶Die Amplitude wurde hier und in allen folgenden Plots wieder auf 1V normiert.

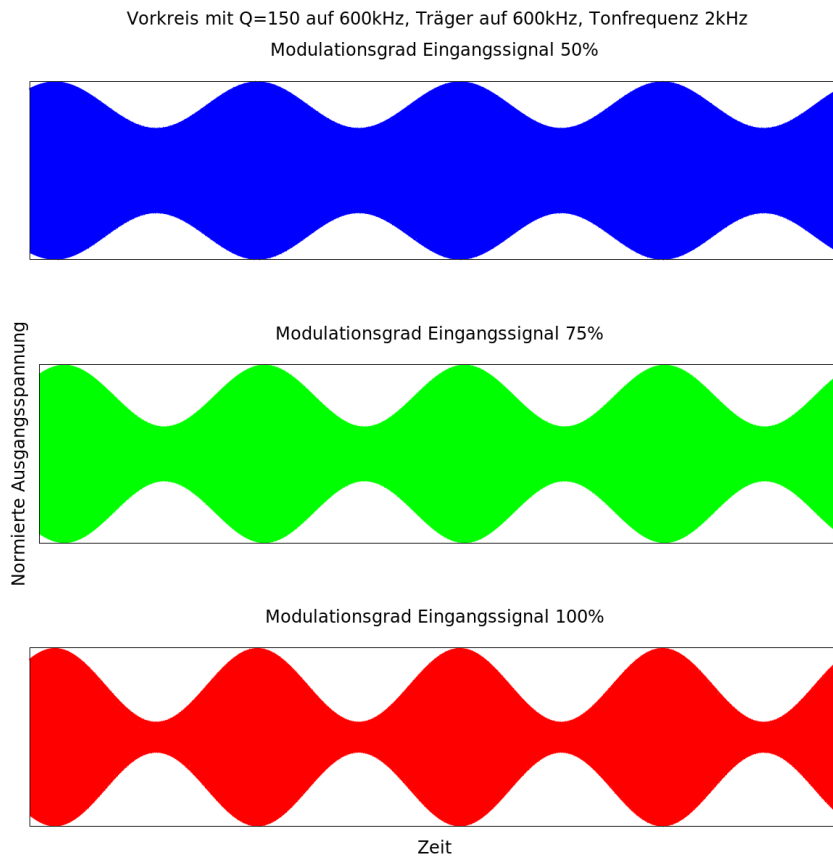


Abbildung 3: Verringerung des Modulationsgrades durch den Vorkreis

$f_{\text{TR}} = 602\text{kHz}$. Die bei den Modulationsgraden 50%, 75% und 100% resultierenden Hüllkurven sind in Abbildung 4 dargestellt.

Während hier nun bei einem Modulationsgrad von 50% noch keine offensichtliche Verzerrung der Hüllkurve zu sehen ist, kann bei 75% Modulationsgrad bereits eine mit dem Auge sichtbare Verzerrung der ursprünglich Sinus- bzw. Cosinusförmigen Hüllkurve erkannt werden. Bei einem Modulationsgrad von 100% ergibt sich eine deutliche Deformationen der Hüllkurve.

Wir wollen nun den Träger noch weiter zu höheren Frequenzen gegenüber der Resonanzfrequenz des Vorkreises verschieben und setzen dazu $f_{\text{TR}} = 605\text{kHz}$. Der Leser sei daran erinnert, das dies immer noch eine beim üblichen Dreipunkt- abgleich vorkommende Frequenzabweichung ist. Die bei den Modulationsgraden 50%, 75% und 100% resultierenden Hüllkurven sind in Abbildung 5 gezeigt.

Die Deformation der Hüllkurve bei einem Modulationsgrad von 100% ist hier etwas geringer geworden, bei einem Modulationsgrad von 75% sind mit bloßem

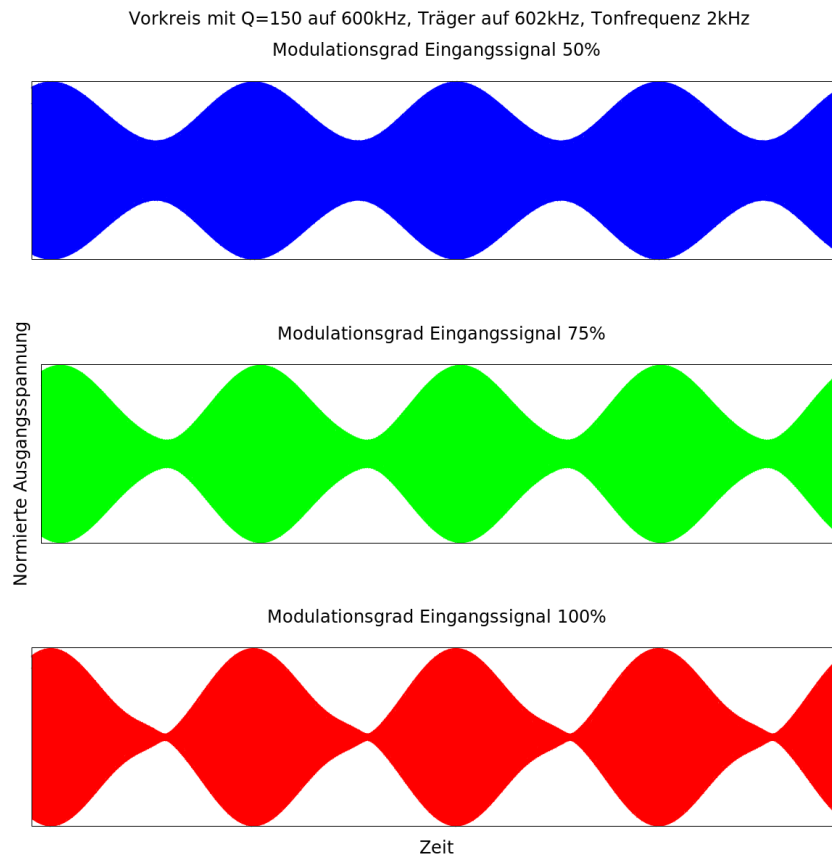


Abbildung 4: Verzerrungen durch den Vorkreis bei Abweichung der Trägerfrequenz um +2kHz

Auge keine offensichtlichen Verzerrungen mehr zu erkennen, die Hüllkurve mit einem Modulationsgrad von 50% zeigt nach wie vor keine offensichtlichen Verzerrungen. Dies ist dadurch zu erklären, dass in diesem Bereich die Flanke der Resonanzkurve des Vorkreises bereits wieder flacher wird (siehe Abbildung 1) und die Amplitudenunterschiede der beiden Seitenbänder zueinander wieder geringer werden.

Schlussfolgerung

Aus den Ergebnissen des vorherigen Abschnittes kann eine interessante Schlussfolgerung bezüglich der durch den Gleichlauffehler beim Superheterodynempfänger verursachten Verzerrungen der Hüllkurve des amplitudenmodulierten HF-Signals und damit auch des NF-Signals gezogen werden: Die Verzerrungen sind umso größer, je näher sich der Modulationsgrad der Grenze von 100% annähert. In den vorangegangenen numerischen Beispielen wurde mit typischen Werten für einen

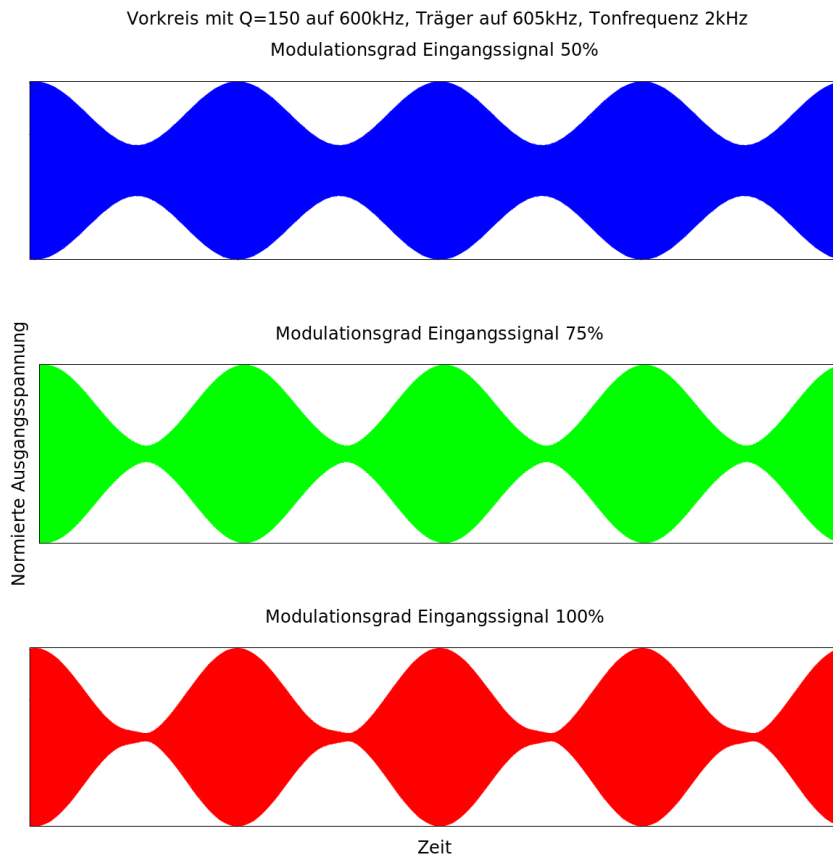


Abbildung 5: Verzerrungen durch den Vorkreis bei Abweichung der Trägerfrequenz um +5kHz

Mittelwellenempfänger gearbeitet. Es zeigte sich, dass ein Modulationsgrad des Eingangssignals von 50% zu keinen mit dem bloßen Auge sichtbaren Verzerrungen führt, während 100% Modulationsgrad deutliche Deformationen der Hüllkurve nach sich zieht. Es kann daher zusammenfassend der Schluss gezogen werden, dass ein hoher Modulationsgrad ($> 80\%$) nicht erst in einem auf Gleichrichtung basierendem Hüllkurven-Demodulator Verzerrungen verursacht [5]. Es entstehen in diesem Fall, zumindest beim Mittelwellen Superheterodynempfänger, bereits im Vorkreis Verzerrungen.

Literatur

- [1] http://www.radiomuseum.org/forum/warum_hatten_die_spitzenmodelle_2_mittelwellen_bereiche.html

- [2] [http://www.radiomuseum.org
/forum/technik_der_ueberlagerungsempfaenger_vor_und_mischstufe.html](http://www.radiomuseum.org/forum/technik_der_ueberlagerungsempfaenger_vor_und_mischstufe.html)
- [3] http://www.radiomuseum.org/forumdata/upload/modulation_release.pdf
- [4] http://de.wikipedia.org/wiki/Formelsammlung_Trigonometrie
- [5] [http://www.radiomuseum.org
/forum/am_demodulator_aussteuerungsgrenzen.html](http://www.radiomuseum.org/forum/am_demodulator_aussteuerungsgrenzen.html)
- [6] http://www.radiomuseum.org/forumdata/upload/lossylcresonance_rel.pdf
- [7] http://en.wikipedia.org/wiki/Q_factor