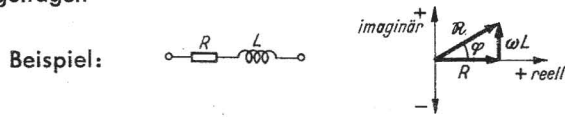


Die nachstehende Tabelle bringt für allgemein interessierende Kombinationen von Wirkwiderständen und Blindwiderständen in Reihen- und Parallelschaltung die Formeln für den Scheinwiderstand und den Phasenwinkel, sowie das Vektordiagramm und Diagramme über die Frequenzabhängigkeit von Scheinwiderstand und Phasenwinkel.

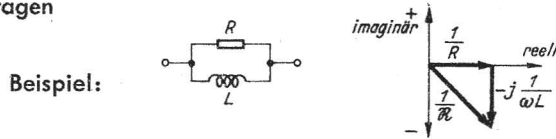
Bemerkungen zu den Spalten der Tabelle

### 1. Vektordiagramm

Im Falle der Reihenschaltung sind die Widerstandsvektoren aufgetragen



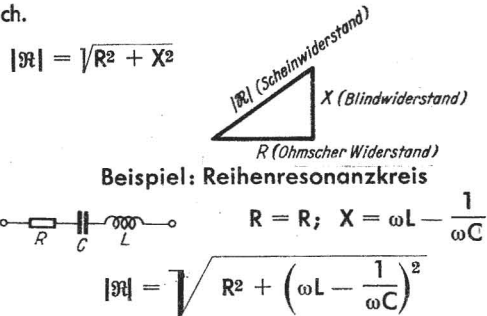
Im Falle der Parallelschaltung sind die Leitwertvektoren aufgetragen



Der Leitwertvektor läßt sich durch Inversion in den Widerstandsvektor umwandeln (siehe FTA Mth 41, Blatt 1a).

### 2. Absolutwert des Scheinwiderstandes

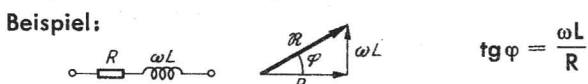
Wirkkomponente und Blindkomponente addieren sich geometrisch.



Im Falle der Reihenresonanz werden beide Blindwiderstände einander gleich ( $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ) und die Blindkomponente wird Null, dann ist  $|Z| = R$  (Reihenresonanzwiderstand).

### 3. Phasenwinkel

Der Phasenwinkel bestimmt sich aus dem Verhältnis der Blindkomponente zur Wirkkomponente



Bei niedrigen Frequenzen ist der induktive Widerstand gegen den ohmschen Widerstand zu vernachlässigen, der Phasenwinkel geht nach Null. Bei sehr hohen Frequenzen dagegen wird der induktive Blindwiderstand groß gegen den ohmschen

Widerstand und der Phasenwinkel nähert sich  $+ 90^\circ$ .

Positiver Phasenwinkel ( $+ \varphi$ ) bedeutet: Die Spannung eilt dem Strom vor.

Negativer Phasenwinkel ( $- \varphi$ ) bedeutet: Der Strom eilt der Spannung vor.

### Anwendungsbeispiele

#### Ersatzschaltung von (Drossel-) Spulen

Ob man die Ersatzreihenschaltung (4) oder die Parallelschaltung (6) wählt, hängt davon ab, ob es zweckmäßig ist den Strom oder die Spannung in Komponenten zu zerlegen. In beiden Fällen werden die Verluste (Eisenverluste, Kupferverluste) durch den Widerstand R dargestellt. Infolge der Verluste ist die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung nicht genau  $90^\circ$ , sondern kleiner. Zur Kennzeichnung der Verluste dient die Differenz:

$$\delta = 90^\circ - \varphi$$

Man bezeichnet diese Größe als Verlustwinkel. Mit Verlustfaktor oder Verlustzahl benennt man  $\operatorname{tg} \delta$ . Bei Spulen bezeichnet man  $\frac{1}{\operatorname{tg} \delta}$  als Güte (Q).

#### Formeln für die Umwandlung

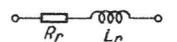
$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R_r}{\omega L_r}; Q = \frac{\omega L_r}{R_r}$$

$$Q = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{\omega L_r}{R_r} = \frac{R_p}{\omega L_p}$$

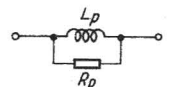
$$R_p = R_r (1 + Q^2) \approx R_r \cdot Q^2 = \frac{\omega^2 L_r^2}{R_r} \approx \frac{\omega^2 L_p^2}{R_r}$$

$$L_p = L_r \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) \approx L_r$$

#### Reihenschaltung



#### Parallelschaltung



Die Näherungen gelten für kleine Verluste.

#### Ersatzschaltung von Kondensatoren

Hier ist ebenfalls sowohl die Reihenschaltung (5) als auch die Parallelschaltung (7) von Kondensator und dem die Verluste darstellenden ohmschen Widerstand möglich.

Der Verlustwinkel ist gleichfalls  $\delta = 90^\circ - \varphi$ .

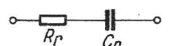
#### Formeln für die Umwandlung

$$\operatorname{tg} \delta = R_r \omega C_r = \frac{1}{R_p \omega C_p}$$

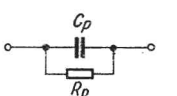
$$R_p = R_r \left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \delta}\right) \approx \frac{R_r}{\operatorname{tg}^2 \delta} = \frac{1}{R_r \omega^2 C_r^2} \approx \frac{1}{R_r \omega^2 C_p^2}$$

$$C_p = \frac{C_r}{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta)} \approx C_r$$

#### Reihenschaltung



#### Parallelschaltung

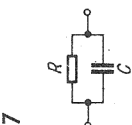
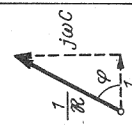
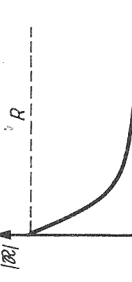
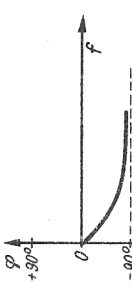
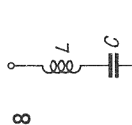
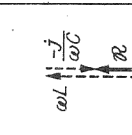

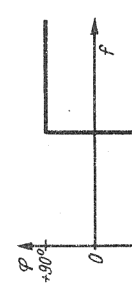
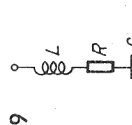
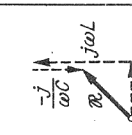
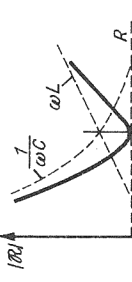
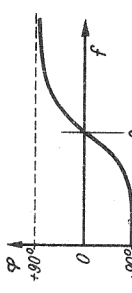
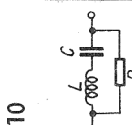
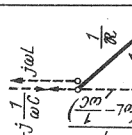

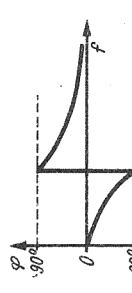
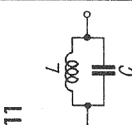
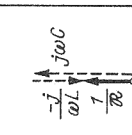
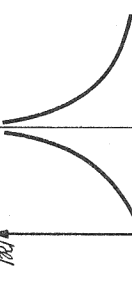
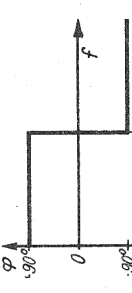
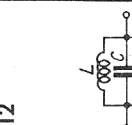
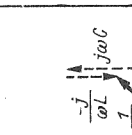
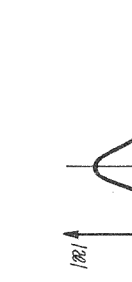


Die Näherungen gelten wiederum nur bei kleinen Verlusten.

Schaltung	Vektorbild	Scheinwiderstand $\mathfrak{R}$	Absolutwert des Scheinwiderstandes $ \mathfrak{R} $	Frequenzgang von $ \mathfrak{R} $	Phasenwinkel $\varphi, \operatorname{tg} \varphi$	Frequenzgang von $\varphi$
1 		$R$	$R$		$0$	
2 		$j\omega L$	$\omega L$		$+90^\circ$	
3 		$-\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$	$\frac{1}{\omega C}$		$-90^\circ$	
4 		$R + j\omega L$	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$		$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$	
5 		$R - \frac{j}{\omega C}$	$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$		$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\omega CR}$	
6 		$\frac{R(\omega L)^2}{R^2 + (\omega L)^2} + j\frac{R^2\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$ $= \frac{R(\omega L)^2 + jR^2\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ $= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$		$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\omega L}$	

Die Vektorbilder sind — wie allgemein üblich — so dargestellt, daß sich die Vektoren, relativ zur Koordinatenebene, entgegen dem Uhrzeigersinn drehen.

Schaltung	Vektorbild	Scheinwiderstand $\hat{Z}$	Absolutwert des Scheinwiderstandes $ \hat{Z} $	Frequenzgang von $ \hat{Z} $	Phasenwinkel $\varphi$ , $\text{tg } \varphi$	Frequenzgang von $\varphi$
13 		$\frac{R}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2} - j\omega C \frac{R^2 - \frac{1}{C} + (\omega L)^2}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}$ $= \frac{R + i\omega(L - CR^2 - \omega^2 L^2 C)}{\omega^2 C^2 [R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2]}$	$\sqrt{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$ bei Resonanz: $\frac{L}{CR} = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{R}$		$\text{tg } \varphi = \frac{\omega C (R^2 + \omega^2 L^2) - \omega L}{R}$ $= -\frac{\omega C}{R} \left( R^2 + \omega^2 L^2 - \frac{1}{C} \right)$ bei Resonanz $\varphi \approx 0$ wenn $R$ klein	
14 		$\frac{R(\omega L)^2 + (\omega C)^2}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2} + i\omega L \frac{(R\omega C)^2 - (\omega^2 LC - 1)^2}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}$	$\omega L \sqrt{\frac{1 + (R\omega C)^2}{(R\omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$ bei Resonanz: $\frac{L}{CR}$		$\text{tg } \varphi = \frac{1}{R\omega L} \left[ R^2 - \frac{L}{C} + \left( \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]$ bei Resonanz $\varphi \approx 0$ wenn $R$ klein	
15 		$R + i \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$	$\sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{\omega L - \omega C} \right)^2}$		$\text{tg } \varphi = \frac{1}{R} \frac{1}{\left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right)}$	
16 		$i \frac{(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}) \omega L_2}{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C} + \omega L_2}$	$\left  \frac{(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}) \omega L_2}{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C} + \omega L_2} \right $		$\varphi = \pm 90^\circ$	
17 		$-i \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}) \frac{1}{\omega C_2}}{\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}}$	$\left  \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}) \frac{1}{\omega C_2}}{\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}} \right $		$\varphi = \pm 90^\circ$	
18 		$i \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega L_2} - \frac{1}{\omega C_2} \right)$	$\left  \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega L_2} - \frac{1}{\omega C_2} \right $		$\varphi = \pm 90^\circ$	

Schaltung	Vektorbild	Scheinwiderstand $\hat{z}$	Absolutwert des Scheinwiderstandes $ \hat{R} $	Frequenzgang von $ \hat{R} $	Phasenwinkel $\varphi, \text{tg } \varphi$	Frequenzgang von $\varphi$
7 		$\frac{R}{1 + (R\omega C)^2} - j \frac{R^2 \omega C}{1 + (R\omega C)^2}$ $= \frac{R - j R^2 \omega C}{1 + (R\omega C)^2}$	$\frac{R}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$ $= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}}$		$\text{tg } \varphi = -R\omega C$	
8 		$i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$	$\left  \omega L - \frac{1}{\omega C} \right $ bei Resonanz = 0		$\varphi = \pm 90^\circ$ bei Resonanz $\varphi = 0$	
9 		$R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$	$\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ bei Resonanz = R		$\text{tg } \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ bei Resonanz $\varphi = 0$	
10 		$R \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + j \frac{R^2 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$	$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)^2}}$ bei Resonanz = 0		$\text{tg } \varphi = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$ bei Resonanz $\varphi = 0$	
11 		$-i \cdot \frac{1}{\omega C - \omega L}$ $= \frac{1}{i \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)}$	$\left  \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} \right $ bei Resonanz = ∞		$\varphi = \pm 90^\circ$	
12 		$\frac{R}{1 + R^2 \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2} + i \frac{R^2 \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right)}{1 + R^2 \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2}$ $= \frac{1}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$	$\frac{R}{\sqrt{1 + R^2 \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2}}$ $= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$ bei Resonanz = R		$\text{tg } \varphi = R \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right)$ bei Resonanz $\varphi = 0$	