Funktechnische Arbeitsblätter

DK 621.318.4.011.3

Ind 21/22

2. Ausgabe

2 Blätter

Induktivitätsformeln
für ein- und mehrlagige Zylinderspulen

A. Einlagige Spule (Luftspule)

1. Allgemein

Die Induktivität einer einlagigen Spule nach Bild 1 ist gegeben durch:

$$L_{\mu H} = F\, n^2\, d \qquad (1)$$

Der Wert von F hängt vom Verhältnis d/l ab. Er ist überschlägig aus Bild 2 (F über d/l) auf Blatt 1a oder genauer aus Tabelle 1 zu entnehmen. n ist die Zahl der Windungen.

Sämtliche Formeln gelten für den Frequenzbereich, in dem sich Stromverdrängung praktisch noch nicht bemerkbar macht. Für hohe Frequenzen nimmt unter dem Einfluß dieser Stromverdrängung die Induktivität ab. Die Abnahme ist jedoch vergleichsweise klein.

2. Spulenlänge > Spulendurchmesser (lange Spule)

Für Überschlagsrechnungen ($l > 0{,}4\,d$, Genauigkeit ca. 1 %) gilt

$$L_{\mu H} = \frac{d^2\, n^2}{45\, d + 100\, l} \qquad (2)$$

Mit steigendem Verhältnis l/d kann d gegen l im Nenner vernachlässigt werden, und man erhält:

$$L_{\mu H} = \pi^2 \frac{n^2}{l} \cdot d^2 \cdot 10^{-3} \qquad (3)$$

3. Spulenlänge < Spulendurchmesser (kurze, weite Spule)

$$L_{\mu H} = 2\pi\, d\, n^2 \left(ln \frac{4d}{l} - 0{,}5 \right) \cdot 10^{-3} \qquad (4)$$

Siehe auch Gleichung 5 und Bild 3 im Abschnitt A 4 für kurze, einlagige Spulen.

4. Steigung > Drahtdurchmesser

Ist die Steigung (a) größer als der Drahtdurchmesser d_D, so muß zu der aus Gleichung 1, 2 oder 3 berechneten Selbstinduktion L der Betrag $\Delta L = n \cdot K_a \cdot d$ addiert werden. Werte für den Faktor K_a sind in Tabelle 2 enthalten.

Tabelle 1 für den Faktor F (siehe auch Bild 2)

$\frac{d}{l}$	F	$\frac{d}{l}$	F	$\frac{d}{l}$	F	$\frac{d}{l}$	F
0,00	0,000	0,90	0,00632	3,10	0,01290	7,80	0,01852
0,02	0,0001958	0,95	0,00656	3,20	0,01310	8,00	0,01868
0,04	0,000388	1,00	0,00680	3,30	0,01327	8,50	0,01905
0,06	0,000578	1,05	0,00702	3,40	0,01345	9,00	0,01941
0,08	0,000763	1,10	0,00724	3,50	0,01362	9,50	0,01975
0,10	0,000946	1,15	0,00746	3,60	0,01380	10,00	0,02007
0,12	0,001126	1,20	0,00767	3,70	0,01395	11,00	0,02065
0,14	0,001303	1,25	0,00787	3,80	0,01412	12,00	0,02120
0,16	0,00148	1,30	0,00807	3,90	0,01427	13,00	0,02171
0,18	0,00165	1,35	0,00826	4,00	0,01443	14,00	0,02219
0,20	0,00182	1,40	0,00845	4,10	0,01458	15,00	0,02265
0,22	0,00198	1,45	0,00863	4,20	0,01472	16,00	0,02300
0,24	0,00214	1,50	0,00881	4,30	0,01487	17,00	0,02330
0,26	0,00230	1,55	0,00898	4,40	0,01500	18,00	0,02375
0,28	0,00246	1,60	0,00915	4,50	0,01514	19,00	0,02410
0,30	0,00261	1,65	0,00932	4,60	0,01528	20,00	0,02440
0,32	0,00277	1,70	0,00948	4,70	0,01540	22,00	0,02495
0,34	0,00292	1,75	0,00964	4,80	0,01553	24,00	0,02555
0,36	0,00307	1,80	0,00979	4,90	0,01566	26,00	0,02600
0,38	0,00321	1,85	0,00994	5,00	0,01578	28,00	0,02650
0,40	0,00336	1,90	0,01010	5,20	0,01602	30,00	0,0270
0,42	0,00350	1,95	0,01023	5,40	0,01625	35,00	0,02790
0,44	0,00363	2,00	0,01037	5,60	0,01647	40,00	0,02870
0,46	0,00377	2,10	0, 01065	5,80	0,01669	45,00	0,02945
0,48	0,00391	2,20	0,01091	6,00	0,01691	50,00	0,03015
0,50	0,00404	2,30	0,01117	6,20	0,01710	55,00	0,03075
0,55	0,00436	2,40	0,01141	6,40	0,01730	60,00	0,03130
0,60	0,00467	2,50	0,01164	6,60	0,01750	65,00	0,03180
0,65	0,00497	2,60	0,01187	6,80	0,01767	70,00	0,03225
0,70	0,00526	2,70	0,01209	7.00	0,01783	75,00	0,03270
0,75	0,00553	2,80	0,01230	7,20	0,01802	80,00	0,03310
0,80	0,00580	2,90	0,01251	7,40	0,01820	90,00	0,03390
0,85	0,00606	3,00	0,01271	7,60	0,01836	100,00	0,03460

Tabelle 2 für den Faktor K_a

a/d_D	K_a
1,0	0
1,5	$1{,}0 \cdot 10^{-3}$
2,0	$2{,}2 \cdot 10^{-3}$
2,5	$3{,}5 \cdot 10^{-3}$
3,0	$4{,}8 \cdot 10^{-3}$
3,5	$5{,}7 \cdot 10^{-3}$
4,0	$6{,}2 \cdot 10^{-3}$

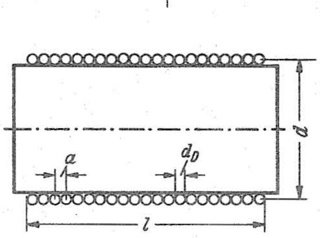


Bild 1. Einlagige Luftspule; d = Durchmesser der Spule in cm, l = Wickellänge in cm, a = Steigung, d_D = Drahtdurchmesser

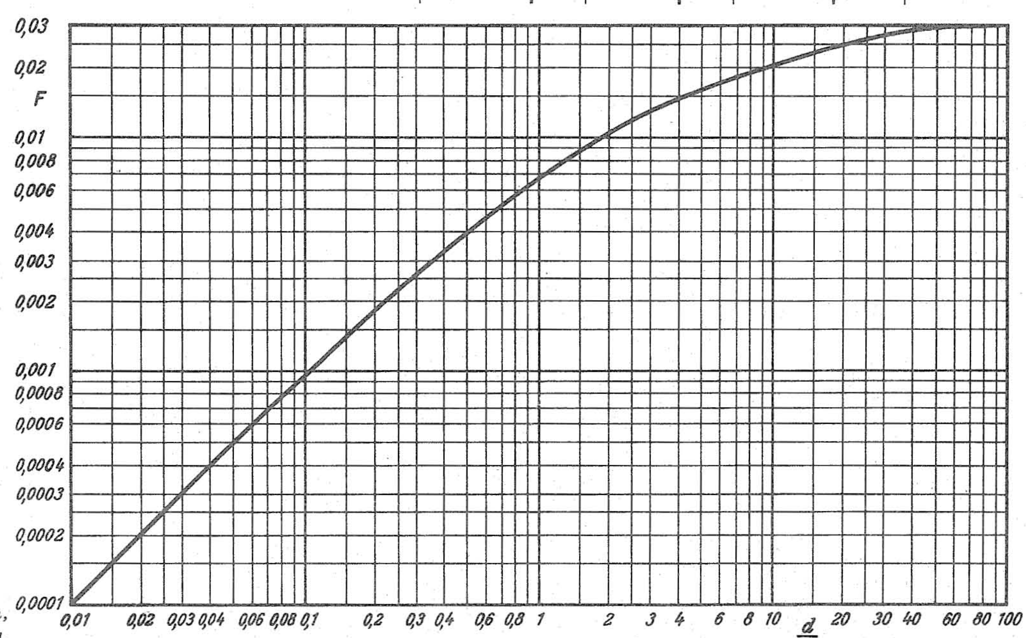


Bild 2. Diagramm zur Ermittlung des Faktors F in Gleichung (1)

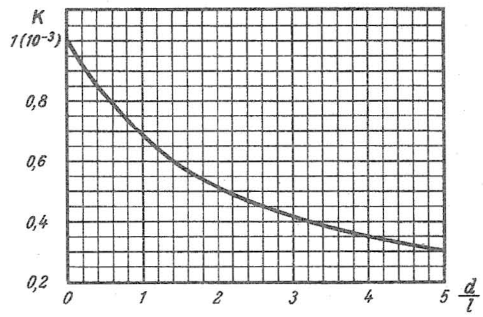


Bild 3. Diagramm zur Ermittlung des Faktors K in Gleichung (5)

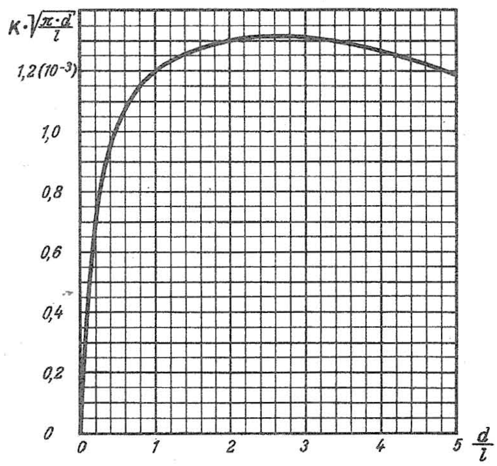


Bild 4. Diagramm zur Ermittlung des Wertes $K\sqrt{\frac{\pi \cdot d}{l}}$ aus dem Verhältnis d/l

5. Einlagig gewickelte Spulen kleinsten Verlustes

Allgemeine Formel:

$$L_{(\mu H)} = \frac{\pi^2 \cdot d^2 \cdot n^2}{l} \cdot K \qquad (5)$$

Ferner gelten folgende einzelne Beziehungen:

$$l_{ges} = \text{gesamte Drahtlänge} = \pi \cdot d \cdot n \qquad (6)$$

$$l = \text{Wickellänge} = n \cdot a \qquad (7)$$

$$a = \text{Abstand von Mitte Draht zu Mitte Draht}$$

$$\text{Aus (6) und (7) folgt: } n = \sqrt{\frac{l_{ges} \cdot l}{\pi \cdot a \cdot d}} \qquad (8)$$

$$\text{Aus (5) und (6): } L_{\mu H} = \frac{\pi \cdot d \cdot n \cdot l_{ges} \cdot K}{l} \qquad (9)$$

$$\text{Aus (8) und (9): } L_{\mu H} = \frac{l_{ges}^{3/2}}{a^{1/2}} \cdot K \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot d}{l}} \qquad (10)$$

In Abhängigkeit von $\frac{d}{l}$ gelten für K die Werte von **Bild 3**. Mit diesen Werten erhält man für $K\sqrt{\frac{\pi \cdot d}{l}}$ in Abhängigkeit von d/l den Kurvenverlauf nach **Bild 4**. Die Kurve hat ein — allerdings flaches — Maximum bei $\frac{d}{l} \sim 2{,}5$. Hier ist also L am größten. Eine derartige Spule hat relativ den kleinsten Widerstand. Für die Wahl des Drahtdurchmessers gilt:

$$\frac{\text{Drahtdurchmesser}}{\text{Steigung}} = \frac{\text{Drahtdurchmesser}}{a} = 0{,}7$$

6. Beispiel für eine einlagig gewickelte Spule

a) $n = 100$ Windungen, $l = 12$ cm, $d = 1{,}2$ cm.

Nach Gleichung (1):

$$L_{\mu H} = F \cdot n^2 \cdot d$$

$$F = f\left(\frac{d}{l}\right); \quad \frac{d}{l} = \frac{1{,}2}{12} = 0{,}1; \; F = 0{,}000946$$

$$L = 0{,}000946 \cdot 100^2 \cdot 1{,}2 = 11{,}4 \; \mu H.$$

Nach Gleichung (2):

$$L_{\mu H} = \frac{d^2 n^2}{45\,d + 100\,l} = \frac{1{,}2^2 \cdot 100^2}{45 \cdot 1{,}2 + 100 \cdot 12} = 11{,}5 \; \mu H.$$

Nach Gleichung (3):

$$L_{\mu H} = \frac{\pi^2 \cdot n^2 \cdot d^2}{l} \cdot 10^{-3} = \frac{\pi^2 \cdot 100^2 \cdot 1{,}2^2}{12} \cdot 10^{-3} = 11{,}8 \; \mu H$$

Nach Gleichung (10):

$$L_{\mu H} = \frac{l_{ges}^{3/2}}{a^{1/2}} \cdot K \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot d}{l}} = \frac{(d \cdot \pi \cdot n)^{3/2}}{\left(\frac{l}{n}\right)^{1/2}} \cdot K \sqrt{\frac{\pi \cdot d}{l}}$$

$$= \frac{(1{,}2 \cdot \pi \cdot 100)^{3/2}}{\left(\frac{12}{100}\right)^{1/2}} \cdot 0{,}535 \cdot 10^{-3} = 11{,}3 \; \mu H.$$

b) $n = 50$ Windungen, $l = 4$ cm, $d = 5$ cm.

Nach Gleichung (4):

$$L_{\mu H} = 2\pi d n^2 \left(\ln \frac{4\,d}{l} - 0{,}5\right) \cdot 10^{-3}$$

$$= 2\pi \cdot 5 \cdot 2500 \left(\ln \frac{20}{4} - 0{,}5\right) \cdot 10^{-3} = 87 \; \mu H.$$

Nach Gleichung (5)

$$L_{\mu H} = \frac{\pi^2 d^2 n^2 K}{l} = \frac{\pi^2 \cdot 25 \cdot 2500 \cdot 0{,}62 \cdot 10^{-3}}{4} = 95 \; \mu H.$$

7. Faustregel für die Dimensionierung von Resonanz-Drosseln (UKW-Drosseln)

a) λ/4-Drossel — verwendet zwischen einem heißen und einem kalten Schaltungspunkt.

b) λ/2-Drossel — verwendet zwischen zwei heißen Schaltungspunkten.

Für Fall a) Drahtlänge $\approx 0{,}28\,\lambda$; Spulengröße: $l = 2\,d$

Für Fall b) Drahtlänge $\approx 0{,}55\,\lambda$; Spulengröße: $l = 3\,d$
[einlagige Zylinderspulen]

Dann ist

die Windungszahl n:

Fall a): $0{,}09 \cdot \lambda/d$; Fall b): $0{,}175 \cdot \lambda/d$

die Drahtstärke D = Ganghöhe:

$$\text{Fall a): } D = \frac{2\,d}{n} = \frac{2\,d^2}{0{,}09 \cdot \lambda} = 22\,\frac{d^2}{\lambda}$$

$$\text{Fall b): } D = \frac{3\,d}{n} = \frac{3\,d^2}{0{,}175\,\lambda} = 17\,\frac{d^2}{\lambda}$$

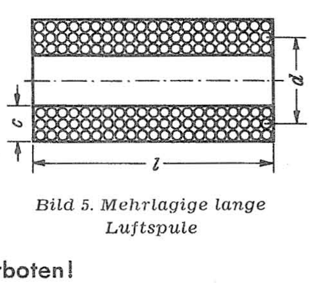


Bild 5. Mehrlagige lange Luftspule

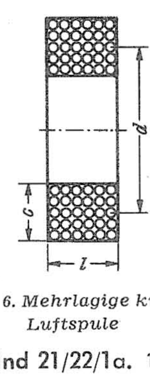


Bild 6. Mehrlagige kurze Luftspule

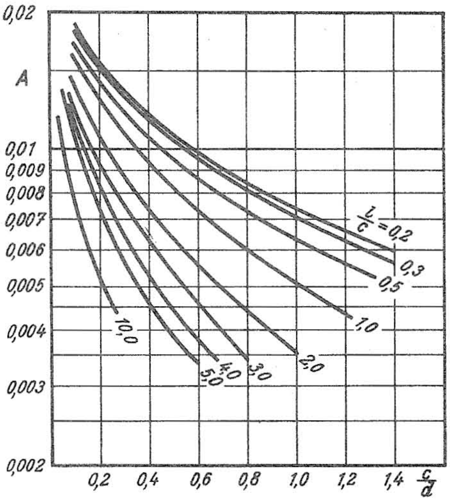


Bild 7. Diagramm zur Ermittlung des Faktors A in Gleichung (12)

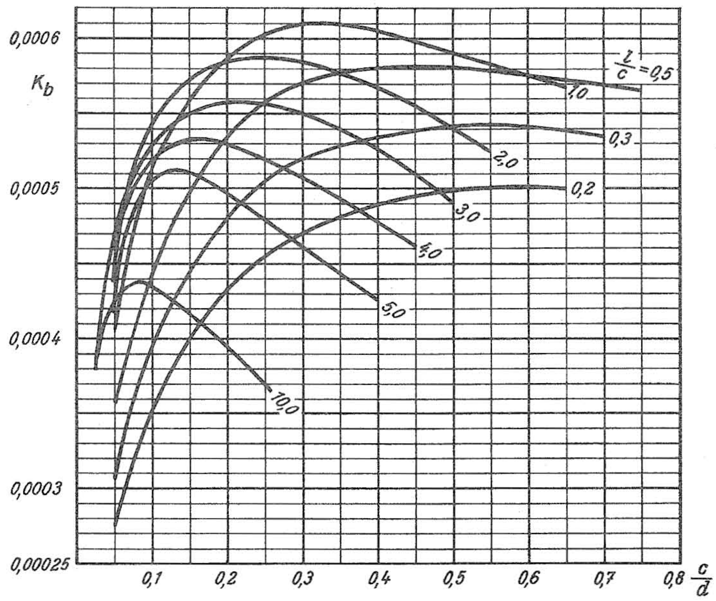


Bild 8. Diagramm zur Ermittlung des Faktors K_b in Gleichung (13)

B. Mehrlagige Spulen (Luftspulen)

1. Spulenlänge > Spulendurchmesser

Die Bezeichnungen F, n, l für eine solche in Bild 5 dargestellte Spule entsprechen denen von Bild 1; d ist jetzt der mittlere Wicklungsdurchmesser und hinzu kommt die Bezeichnung c = Wicklungsdicke. Für eine solche Spule nach Bild 5 gilt die Induktivitätsformel:

$$L_{\mu H} = Fn^2d - \frac{0{,}0063\, n^2dc}{l}(0{,}693 + B) \tag{11}$$

Das Glied B ist eine Funktion von l/c, die Werte hierfür sind aus Tabelle 3 zu entnehmen.

Tabelle 3 für den Faktor B in Gleichung 11

$\frac{l}{c}$	B	$\frac{l}{c}$	B	$\frac{l}{c}$	B
1	0,0000	11	0,2844	21	0,3116
2	0,1202	12	0,2888	22	0,3131
3	0,1753	13	0,2927	23	0,3145
4	0,2076	14	0,2961	24	0,3157
5	0,2292	15	0,2991	25	0,3169
6	0,2446	16	0,3017	26	0,3180
7	0,2563	17	0,3041	27	0,3190
8	0,2656	18	0,3062	28	0,3200
9	0,2730	19	0,3082	29	0,3209
10	0,2792	20	0,3099	30	0,3218

2. Spulenlänge < Spulendurchmesser

In diesem Fall (Bild 6) nimmt die Induktivität der Spule folgenden Wert an:

$$L_{\mu H} = d \cdot n^2 \cdot A \tag{12}$$

Der Faktor A hängt vom Verhältnis c/d und l/c und ist aus Bild 7 zu entnehmen.

Die größte Induktivität für eine gegebene Drahtlänge ergibt sich, wenn c = l = 0,331 d.

Außerdem gilt noch folgende Formel:

$$L_{\mu H} = \frac{l_{ges}^{5/3}}{a^{2/3}} \cdot K_b = \frac{\sqrt[3]{l_{ges}^5}}{\sqrt[3]{a^2}} \cdot K_b \tag{13}$$

l_{ges} = gesamte Drahtlänge (cm)

a = Abstand der Mitten zweier benachbarter Drähte (cm)

K_b = siehe Bild 8.

Näherungsformel für mehrlagige Spulen, bei denen die Spulenlänge kleiner als der Spulendurchmesser ist:

$$L_{\mu H} = \frac{0{,}08\, d^2\, n^2}{3\,d + 9\,l + 10\,c} \tag{14}$$

3. Beispiel für eine mehrlagige Spule

Nach Gleichung (11):

n = 400 Windungen, d = 2,4 cm, l = 4,8 cm, c = 1,2 cm

$$L_{\mu H} = F \cdot n^2 \cdot d - \frac{0{,}0063 \cdot n^2 \cdot d \cdot c}{l} \cdot (0{,}693 + B)$$

$$F = f\left(\frac{d}{l}\right);\ d = 2{,}4,\ l = 4{,}8;\ \frac{d}{l} = 0{,}5;\ F = 0{,}00404$$

$$B = f\left(\frac{l}{c}\right);\ l = 4{,}8,\ c = 1{,}2;\ \frac{l}{c} = 4;\ B = 0{,}2076$$

$$L_{\mu H} = 0{,}00404 \cdot 400^2 \cdot 2{,}4 - \frac{0{,}0063 \cdot 400^2 \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}2}{4{,}8}$$

$$\cdot (0{,}693 + 0{,}2076) = 1010\ \mu H$$

Nach den Gleichungen (12), (13) und (14):

n = 100 Windungen, d = 5 cm, l = 1 cm, c = 1 cm.

$$L_{\mu H} = d \cdot n^2 \cdot A \tag{12}$$

$$A = f\left(\frac{c}{d}, \frac{l}{c}\right);\ \frac{c}{d} = 0{,}2;\ \frac{l}{c} = 1:\ A = 0{,}012$$

$$L_{\mu H} = 5 \cdot 10\,000 \cdot 0{,}012 = \underline{600\ \mu H}$$

$$L_{\mu H} = \frac{0{,}08 \cdot d^2 \cdot n^2}{3\,d + 9\,l + 10\,c} \tag{13}$$

$$L_{\mu H} = \frac{0{,}08 \cdot 25 \cdot 10\,000}{15 + 9 + 10} = \underline{588\ \mu H}$$

$$L_{\mu H} = \frac{l_{ges}^{5/3}}{a^{2/3}} \cdot Kb \tag{14}$$

$$l_{ges} = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 5 \cdot 100 = 1571$$

$$a = 0{,}1\ cm$$

$$K_b = f\left(\frac{c}{d}, \frac{l}{c}\right);\ \frac{c}{d} = 0{,}2,\ \frac{l}{c} = 1;\ K_b = 0{,}000\,586$$

$$L_{\mu H} = \frac{1571^{5/3}}{0{,}1^{2/3}} \cdot 0{,}000\,586 = \underline{578\ \mu H}$$

Tafel zur Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten einlagiger Zylinderspulen

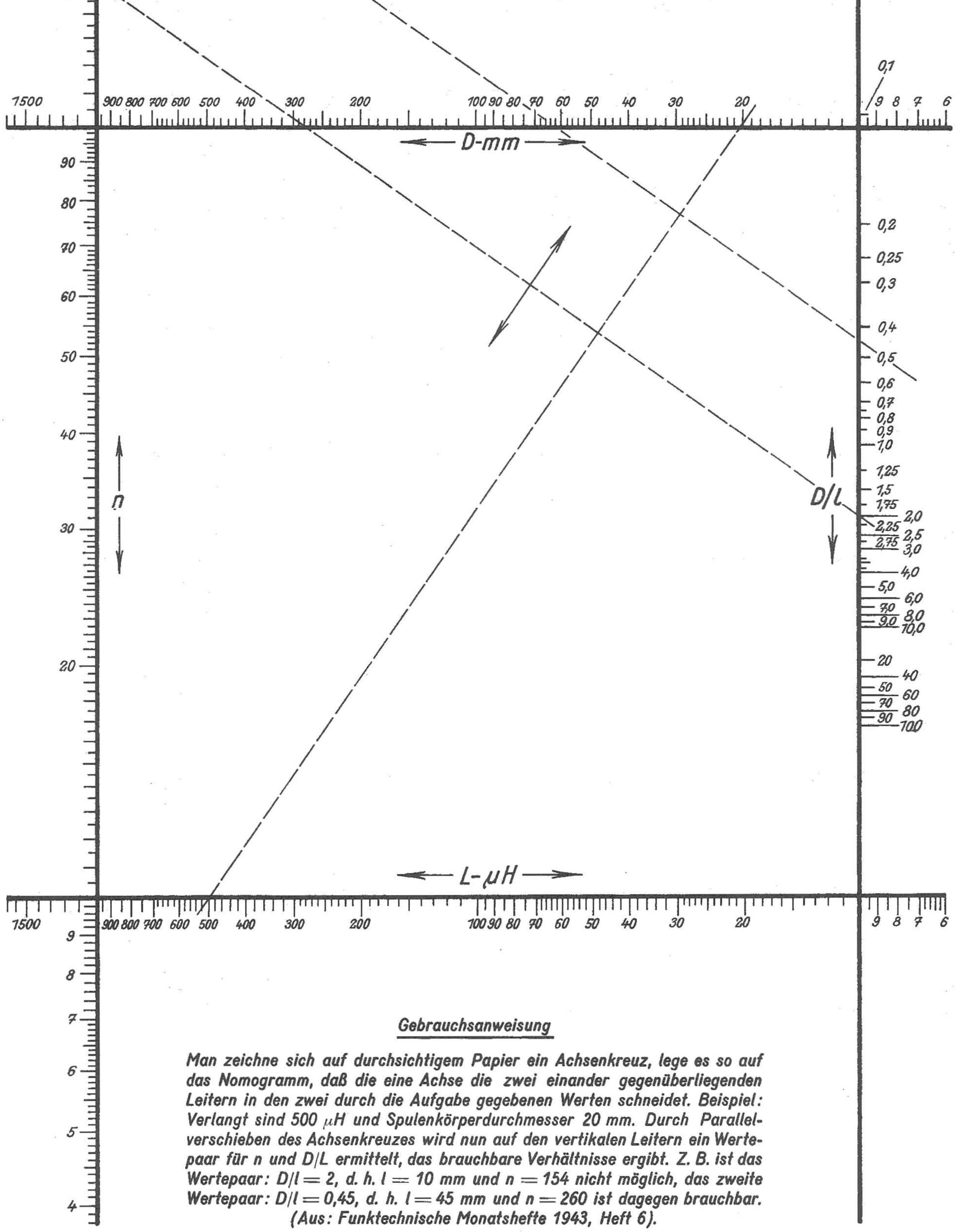
aus den Werten

n = Windungszahl

D = Spulendurchmesser

$\frac{D}{l}$ = Formverhältnis $\left(\frac{\text{Spulendurchmesser}}{\text{Spulenlänge}}\right)$

L = Selbstinduktionskoeffizient



Gebrauchsanweisung

Man zeichne sich auf durchsichtigem Papier ein Achsenkreuz, lege es so auf das Nomogramm, daß die eine Achse die zwei einander gegenüberliegenden Leitern in den zwei durch die Aufgabe gegebenen Werten schneidet. Beispiel: Verlangt sind 500 μH und Spulenkörperdurchmesser 20 mm. Durch Parallelverschieben des Achsenkreuzes wird nun auf den vertikalen Leitern ein Wertepaar für n und D/L ermittelt, das brauchbare Verhältnisse ergibt. Z. B. ist das Wertepaar: D/l = 2, d. h. l = 10 mm und n = 154 nicht möglich, das zweite Wertepaar: D/l = 0,45, d. h. l = 45 mm und n = 260 ist dagegen brauchbar.

(Aus: Funktechnische Monatshefte 1943, Heft 6).